

الأستاذ : عبد العزيز حمداوي الثانوية التأهيلية عبد الكريم الخطابي أغادير	تصحيح الامتحان الوطني الموحد للبيكالوريا الدورة الاستدراكية 2011	الثانية بكالوريا علوم فيزيائية الثانية بكالوريا علوم الحياة والأرض
--	--	---

التمرين الأول :

(1) أ) لنحل في \mathbb{R} المعادلة : $x^2 - 2x - 3 = 0$:

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \quad \text{لدينا}$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (-3) = 4 + 12 = 16 \quad \text{لنحسب المميز } \Delta \text{ لهذه المعادلة :}$$

$$\text{بما أن } \Delta > 0 \text{ فإن للمعادلة حلان حقيقيان هما : } x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2 - 4}{2} = \frac{-2}{2} = -1 \text{ و } x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2 + 4}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$\text{ومنه فإن مجموعة حلول المعادلة } x^2 - 2x - 3 = 0 \text{ هي } S = \{-1; 3\}$$

ب) لنحل في \mathbb{R} المعادلة : $e^x - \frac{3}{e^x} - 2 = 0$:

$$\text{ليكن } x \text{ عددا حقيقيا و } S \text{ مجموعة حلول المعادلة } e^x - \frac{3}{e^x} - 2 = 0$$

$$x \in S \Leftrightarrow e^x - \frac{3}{e^x} - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(e^x)^2 - 3 - 2e^x}{e^x} = 0$$

$$\Leftrightarrow (e^x)^2 - 3 - 2e^x = 0$$

$$\Leftrightarrow (e^x)^2 - 2e^x - 3 = 0$$

نضع $t = e^x$ فنحصل على المعادلة $t^2 - 2t - 3 = 0$ والتي حلاها هما -1 و 3 حسب السؤال أعلاه .
إذن $e^x = 3$ أو $e^x = -1$.

و بما أن $e^x > 0$ مهما يكن x من \mathbb{R} فإن $e^x = 3$ أي $x = \ln 3$ و بالتالي فإن حل المعادلة $e^x - \frac{3}{e^x} - 2 = 0$ هو $\ln 3$

$$\text{ومنه } S = \{\ln 3\}$$

(2) لنحل في \mathbb{R} المتراجحة : $e^{x+1} - e^{-x} \geq 0$:

ليكن x من \mathbb{R} ، هذه المتراجحة تكافئ : $e^{x+1} \geq e^{-x}$

و لأن الدالة e^x دالة تزايدية قطعا على \mathbb{R} فإن $e^{x+1} \geq e^{-x}$ تكافئ

$$x+1 \geq -x \quad \text{يكافئ}$$

$$x+1+x \geq 0 \quad \text{أي}$$

$$2x+1 \geq 0 \quad \text{يعني أن}$$

$$2x \geq -1 \quad \text{ومنه فإن}$$

$$x \geq \frac{-1}{2}$$

$$S = \left[\frac{-1}{2}; +\infty \right[$$

و بالتالي فإن

التمرين الثاني :

(1) لنحل في مجموعة الأعداد العقدية \mathbb{C} المعادلة : $z^2 - 6z + 18 = 0$

لتكن S مجموعة حلول هذه المعادلة .

$$\Delta = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 18 = 36 - 72 = -36 \quad \text{مميز هذه المعادلة هو :}$$

بما أن $\Delta < 0$ فإن للمعادلة حلين عقديين مترافقين هما : $z_1 = \frac{6-6i}{2} = 3-3i$ و $z_2 = \frac{6+6i}{2} = 3+3i$

و بالتالي فإن : $S = \{3-3i; 3+3i\}$

(2) أ) لنكتب على الشكل المثلثي كل من العددين a و b :

لدينا : $a = 3+3i$ إذن $|a| = \sqrt{3^2+3^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ و منه :

$$\begin{aligned} a &= 3+3i = 3\sqrt{2} \left(\frac{3}{3\sqrt{2}} + \frac{3}{3\sqrt{2}}i \right) \\ &= 3\sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + i \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = 3\sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = 3\sqrt{2} \left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \right) \end{aligned}$$

و منه فإن $a = \left[3\sqrt{2}; \frac{\pi}{4} \right]$

و لدينا : $b = 3-3i$ إذن $|b| = \sqrt{3^2+(-3)^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ و منه :

$$\begin{aligned} b &= 3-3i = 3\sqrt{2} \left(\frac{3}{3\sqrt{2}} - \frac{3}{3\sqrt{2}}i \right) \\ &= 3\sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - i \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = 3\sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - i \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = 3\sqrt{2} \left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) \right) \end{aligned}$$

و بالتالي فإن $b = \left[3\sqrt{2}; -\frac{\pi}{4} \right]$

ب) لنبين أن لحق النقطة B' صورة النقطة B بالإزاحة التي متجهتها \overline{OA} هو 6 :

نعلم أن التمثيل العقدي للإزاحة ذات المتجه \vec{u} هو : $z' = z + z_{\vec{u}}$

و لدينا B' صورة B بالإزاحة التي متجهتها \overline{OA} ، وليكن b' لحق النقطة B' ، إذن سيكون لدينا : $b' = b + a$ (باعتبار أن a

هو لحق المتجه \overline{OA} لأن : $z_{\overline{OA}} = z_A - z_O = a - 0 = a$)

إذن سنحصل على : $b' = 3-3i + 3+3i$ أي $b' = 6$

و منه فإن b' لحق النقطة B' صورة النقطة B بالإزاحة التي متجهتها \overline{OA} هو 6 .

ج) لنبين أن $\frac{b-b'}{a-b'} = i$ ثم نستنتج أن المثلث $AB'B$ متساوي الساقين و قائم الزاوية في B'

$$\frac{b-b'}{a-b'} = \frac{3-3i-6}{3+3i-6} = \frac{-3-3i}{-3+3i} = \frac{-3(1+i)}{-3(1-i)} = \frac{1+i}{1-i} = \frac{(1+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{1+2i+i^2}{1-i^2} = \frac{1+2i-1}{2} = \frac{2i}{2} = i$$

إذن : $\frac{b-b'}{a-b'} = i$

$$\left(\frac{b-b'}{a-b'} = i = 1 \left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right) = \left[1; \frac{\pi}{2} \right] \text{ لأن } \left(\widehat{B'A; B'B} \right) = \arg \left(\frac{z_{B'B}}{z_{B'A}} \right) = \arg \left(\frac{b-b'}{a-b'} \right) = \arg(i) = \frac{\pi}{2} [2\pi]$$

إذن المثلث $AB'B$ قائم الزاوية في B' .

$$\frac{|b-b'|}{|a-b'|} = 1 \quad \text{و منه فإن} \quad \frac{|b-b'|}{|a-b'|} = 1 \quad \text{يعني أن} \quad \frac{b-b'}{a-b'} = i$$

أي $|b-b'| = |a-b'|$ و بالتالي فإن $B'B = B'A$. إذن المثلث $AB'B$ متساوي الساقين .

من كل هذا نستنتج أن المثلث $AB'B$ متساوي الساقين و قائم الزاوية في B' .

د) لنستنتج أن الرباعي $OAB'B$ مربع :

لدينا النقطة B' صورة النقطة B بالإزاحة التي متجهتها \overline{OA} ، إذن $\overline{OA} = \overline{B'B}$ و منه الرباعي $OAB'B$ متوازي أضلاع ،

من جهة أخرى $OAB'B$ له زاويق قائمة و ضلعان متتابعان متقايسان ، إذن الرباعي $OAB'B$ مربع .

التمرين الثالث :

لدينا المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = \frac{6u_n}{1+15u_n}$ لكل n من \mathbb{N} .

$$(1) \text{ أ) لنتحقق من أن : } u_{n+1} - \frac{1}{3} = \frac{u_n - \frac{1}{3}}{15u_n + 1} \text{ لكل } n \text{ من } \mathbb{N} :$$

$$u_{n+1} = \frac{6u_n}{1+15u_n} \text{ لدينا لكل } n \text{ من } \mathbb{N}$$

إذن :

$$\begin{aligned} u_{n+1} - \frac{1}{3} &= \frac{6u_n}{1+15u_n} - \frac{1}{3} = \frac{3 \times 6u_n}{3 \times (1+15u_n)} - \frac{1+15u_n}{3 \times (1+15u_n)} = \frac{18u_n - 1 - 15u_n}{3 \times (1+15u_n)} = \frac{3u_n - 1}{3 \times (1+15u_n)} \\ &= \frac{3 \left(u_n - \frac{1}{3} \right)}{3 \times (1+15u_n)} \\ &= \frac{u_n - \frac{1}{3}}{1+15u_n} \end{aligned}$$

$$\text{و منه فإن } \boxed{u_{n+1} - \frac{1}{3} = \frac{u_n - \frac{1}{3}}{15u_n + 1}} \text{ لكل } n \text{ من } \mathbb{N} .$$

(ب) لنبين بالترجع أن : $u_n > \frac{1}{3}$ لكل n من \mathbb{N} :

لدينا $u_0 = 1$ إذن $u_0 > \frac{1}{3}$ أي أن العلاقة صحيحة من أجل $n = 0$

ليكن n من \mathbb{N} ، نفترض أن $u_n > \frac{1}{3}$ و نبين أن $u_{n+1} > \frac{1}{3}$

$$\text{لدينا : } u_{n+1} - \frac{1}{3} = \frac{u_n - \frac{1}{3}}{15u_n + 1} \text{ لكل } n \text{ من } \mathbb{N} \text{ ، و بما أن } u_n > \frac{1}{3} \text{ فإن : } u_n - \frac{1}{3} > 0 \text{ و كذلك } 15u_n + 1 > 0$$

$$\text{و بالتالي فإن } \frac{u_n - \frac{1}{3}}{15u_n + 1} > 0 \text{ و هذا يعني حتما أن : } u_{n+1} - \frac{1}{3} > 0 \text{ أي : } u_{n+1} > \frac{1}{3}$$

إذن حسب مبدأ التراجع نستنتج أن $u_n > \frac{1}{3}$ لكل n من \mathbb{N} .

(2) لنبين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{6}$ ثم لنكتب v_n بدلالة n :

لدينا لكل $n \in \mathbb{N}$: $v_n = 1 - \frac{1}{3u_n}$ إذن :

$$v_{n+1} = 1 - \frac{1}{3u_{n+1}} = 1 - \frac{1}{3 \times \left(\frac{6u_n}{1+15u_n} \right)} = 1 - \frac{1}{\frac{18u_n}{1+15u_n}} = 1 - \frac{1+15u_n}{18u_n} = \frac{18u_n - 1 - 15u_n}{18u_n}$$

$$v_{n+1} = \frac{3u_n - 1}{18u_n} = \frac{3u_n}{18u_n} - \frac{1}{18u_n} = \frac{1}{6} - \frac{1}{18u_n} = \frac{1}{6} \left(1 - \frac{1}{3u_n} \right) \quad \text{و منه فإن :}$$

$$\boxed{v_{n+1} = \frac{1}{6} v_n} \quad \text{و بالتالي فإن :}$$

إذن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{6}$.

بما أن (v_n) متتالية هندسية فإن : $v_n = v_0 \times q^n$ حيث v_0 حدها الأول و q أساسها (صيغة الحد العام لمتتالية هندسية)

$$v_0 = 1 - \frac{1}{3u_0} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \quad \text{حساب } v_0 :$$

$$\boxed{v_n = \frac{2}{3} \times \left(\frac{1}{6} \right)^n} \quad \text{و منه فتعبير } v_n \text{ بدلالة } n \text{ هو كالتالي : لكل } n \text{ من } \mathbb{N}$$

$$(3) \quad \text{لنبين أن } u_n = \frac{1}{3 - 2 \left(\frac{1}{6} \right)^n} \quad \text{لكل } n \text{ من } \mathbb{N} \text{ ثم نستنتج } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n :$$

$$3u_n = \frac{1}{1 - v_n} \quad \text{أي : } \frac{1}{3u_n} = 1 - v_n \quad \text{، إذن } v_n = 1 - \frac{1}{3u_n} \quad \text{لدينا لكل } n \text{ من } \mathbb{N}$$

$$\text{إذن : لكل } n \text{ من } \mathbb{N} \quad u_n = \frac{1}{3(1 - v_n)}$$

$$\text{إذن لكل } n \text{ من } \mathbb{N} \quad u_n = \frac{1}{3 \left(1 - \frac{2}{3} \left(\frac{1}{6} \right)^n \right)}$$

$$\boxed{u_n = \frac{1}{3 - 2 \left(\frac{1}{6} \right)^n}} \quad \text{أي لكل } n \text{ من } \mathbb{N}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{1}{3} \quad \text{و منه فإن :} \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{3 - 2 \left(\frac{1}{6} \right)^n} = \frac{1}{3} \quad \text{و بالتالي فإن } \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{6} \right)^n = 0 \quad \text{فإن } -1 < \frac{1}{6} < 1$$

التمرين الرابع :

I. لدينا g دالة عددية معرفة على $I =]0; +\infty[$ بما يلي : $g(x) = x - 1 + \ln x$

$$(1) \quad \text{أ) لنبين أن } g'(x) = \frac{x+1}{x} \quad \text{لكل } x \text{ من } I .$$

لدينا $g(x) = x - 1 + \ln x$ لكل x من I ،

الدالة g دالة قابلة للاشتقاق على المجال I لأنها مجموع دالتين قابلتين للاشتقاق على I ،

و لكل x من I لدينا : $g'(x) = (x - 1 + \ln x)'$

$$g'(x) = 1 + \frac{1}{x} = \frac{x+1}{x} \quad \text{أي لكل } x \text{ من } I$$

$$g'(x) = \frac{x+1}{x} \quad \text{لكل } x \text{ من } I$$

(ب) لنبين أن الدالة g تزايدية على I :

$$\frac{x+1}{x} > 0 \quad \text{بما أن } x \in]0; +\infty[\text{ فإن } x > 0 \text{ و } x+1 > 0 \text{ وبالتالي } \frac{x+1}{x} > 0$$

إذن لكل x من I $g'(x) > 0$ وهذا يعني أن الدالة g تزايدية على I .

(2) لنستنتج إشارة $g(x)$ على I .

لدينا لكل x من I $g'(x) > 0$ إذن جدول تغيرات الدالة g هو كالتالي :

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$		+	+
$g(x)$	$-\infty$	0	$+\infty$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x-1 + \ln x) = 0 - 1 + (-\infty) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x-1 + \ln x) = +\infty - 1 + (+\infty) = +\infty$$

$$g(1) = 1 - 1 + \ln 1 = 0$$

من خلال جدول تغيرات الدالة g يتضح أن $g(x) \geq 0$ على $[1; +\infty[$ و أن $g(x) \leq 0$ على $]0; 1]$

(يمكن الوصول إلى نفس الاستنتاج اعتمادا على رتبة الدالة g)

..

(1) (أ) لنبين أن $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$ و نأول هندسيا النتيجة :

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \left(\left(\frac{x-1}{x} \right) \ln x \right) = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \left(\frac{x-1}{x} \right) \times \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \ln x = (-1) \times (-\infty)$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = +\infty \quad \text{إذن :}$$

التأويل الهندسي : من خلال النتيجة أعلاه نستنتج أن منحنى الدالة f يقبل محور الأرتيب مقاربا رأسيا .

(ب) لنبين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\left(\frac{x-1}{x} \right) \ln x \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x-1}{x} \right) \times \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = 1 \times (+\infty) = +\infty \quad \text{لدينا :}$$

$$\left(\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x-1}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x} = 1 \text{ لأن } \right) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \quad \text{ومنه فإن}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\left(\frac{x-1}{x}\right) \ln x}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\left(\frac{x-1}{x}\right) \frac{\ln x}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x-1}{x}\right) \times \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\ln x}{x}\right) = 1 \times 0 = 0 \quad \text{و لدينا}$$

$$\left(\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\ln x}{x}\right) = 0 \right) \text{ و } \left(\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x-1}{x}\right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x} = 1 \right) \text{ لأن } \boxed{\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0} \text{ إذن}$$

(ج) الاستنتاج : بما أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ فإن المنحنى (C) يقبل فرعاً شلجيمياً بجوار $+\infty$ في اتجاه محور الأفصيل .

$$(2) \text{ أ) نبين أن } f'(x) = \frac{g(x)}{x^2} \text{ لكل } x \text{ من } I :$$

f دالة قابلة للاشتقاق على I ، و لكل x من I لدينا :

$$\begin{aligned} f'(x) &= \left(\left(\frac{x-1}{x}\right) \ln x \right)' = \left(\frac{x-1}{x}\right)' \times \ln x + \left(\frac{x-1}{x}\right) \times (\ln x)' \\ &= \frac{(x-1)' \times x - (x-1) \times x'}{x^2} \times \ln x + \left(\frac{x-1}{x}\right) \times \frac{1}{x} \\ &= \frac{x - x + 1}{x^2} \times \ln x + \frac{x-1}{x^2} = \frac{\ln x}{x^2} + \frac{x-1}{x^2} = \frac{\ln x + x - 1}{x^2} \end{aligned}$$

$$\boxed{f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}} \text{ إذن لكل } x \text{ من } I$$

(ب) استنتاج رتبة الدالة f

نعلم أن $g(x) \geq 0$ على $[1; +\infty[$ وأن $g(x) \leq 0$ على $]0; 1]$ ، إذن $f'(x) \geq 0$ على $[1; +\infty[$ و $f'(x) \leq 0$ على $]0; 1]$

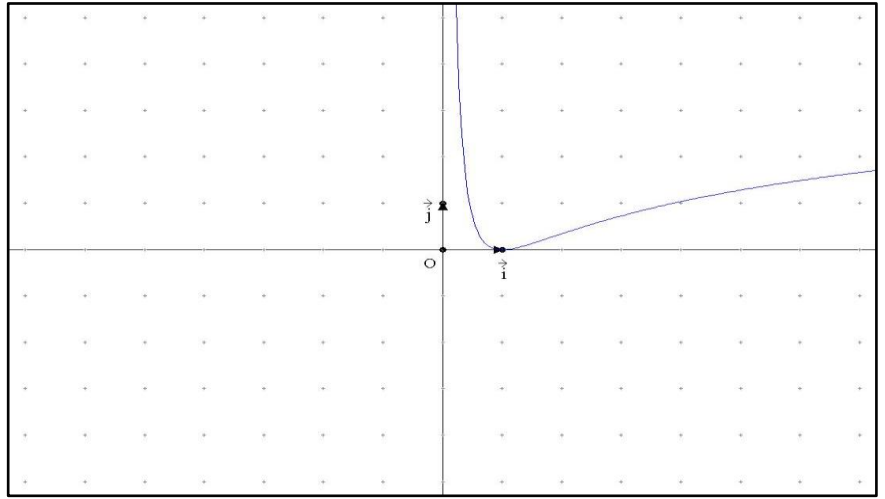
و بالتالي فإن الدالة f تزايدية على المجال $[1; +\infty[$ وتناقصية على المجال $]0; 1]$.

(ج) جدول تغيرات الدالة f على I :

من خلال ما سبق فإن جدول تغيرات الدالة f على I هو كالتالي:

x	0	1	$+\infty$
f'(x)		-	0
f(x)	$+\infty$		$+\infty$

(3) إنشاء المنحنى (C)



(3) أ) لنبين أن $H : x \mapsto \frac{1}{2}(\ln x)^2$ دالة أصلية للدالة $h : x \mapsto \frac{\ln x}{x}$ على المجال I

الدالة H قابلة للاشتقاق على I و لكل x من I لدينا : $H'(x) = \left(\frac{1}{2}(\ln x)^2 \right)' = \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{1}{x} \times \ln x$

و منه فإن لكل x من I : $H'(x) = \frac{\ln x}{x}$ وهذا يعني أن الدالة H هي دالة أصلية للدالة h على I .

(ب) لدينا $H : x \mapsto \frac{1}{2}(\ln x)^2$ دالة أصلية للدالة $h : x \mapsto \frac{\ln x}{x}$ على المجال I و 1 و e عنصرين من I

$$\int_1^e \frac{\ln x}{x} dx = \left[\frac{1}{2}(\ln x)^2 \right]_1^e = \left(\frac{1}{2}(\ln e)^2 - \frac{1}{2}(\ln 1)^2 \right) = \frac{1}{2} \times 1 - \frac{1}{2} \times 0 = \frac{1}{2} \quad \text{إذن}$$

$$\boxed{\int_1^e \frac{\ln x}{x} dx = \frac{1}{2}} \quad \text{و منه}$$

(ج) المكاملة بالأجزاء

لحساب التكامل $\int_1^e \ln x dx$ نستعمل تقمية المكاملة بالأجزاء حيث نضع :

$$v(x) = x \quad \text{و} \quad u'(x) = \frac{1}{x} \quad \text{إذن} \quad v'(x) = 1 \quad \text{و} \quad u(x) = \ln x$$

و منه

$$\int_1^e \ln x dx = [x \ln x]_1^e - \int_1^e x \times \frac{1}{x} dx = [x \ln x]_1^e - \int_1^e 1 dx = [x \ln x]_1^e - [x]_1^e$$

$$\int_1^e \ln x dx = (e \ln e - 1 \ln 1) - (e - 1) = e - 0 - e + 1 = 1 \quad \text{و بالتالي فإن}$$

$$\boxed{\int_1^e \ln x dx = 1} \quad \text{إذن}$$

(4) أ) لنتحقق أن $f(x) = \ln x - \frac{\ln x}{x}$ لكل x من I

$$f(x) = \left(\frac{x-1}{x} \right) \ln x = \frac{x \ln x - \ln x}{x} = \frac{x \ln x}{x} - \frac{\ln x}{x}$$

$$f(x) = \ln x - \frac{\ln x}{x}$$

إذن لكل x من I

(ب) ليكن Δ حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) و محور الأفاصيل و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 1$ و $x = e$

$$A(\Delta) = \int_1^e |f(x)| dx \times ua \quad : \text{ إذن مساحة هذا الحيز هي}$$

و لأن $f(x) \geq 0$ لكل x من I (أنظر جدول التغيرات و كذا المنحنى أعلاه) فإن $A(\Delta) = \int_1^e f(x) dx \times ua$

$$A(\Delta) = \int_1^e f(x) dx \times ua = \int_1^e \left(\ln x - \frac{\ln x}{x} \right) dx \times ua$$

و منه فإن

$$A(\Delta) = \int_1^e \ln x dx \times ua - \int_1^e \frac{\ln x}{x} dx \times ua = \left(1 - \frac{1}{2} \right) \times ua = \frac{1}{2} \times 1 cm^2$$

$$A(\Delta) = 0,5 cm^2 \quad \text{و بالتالي}$$